

Επαναληπτικές Δομές με το παράδειγμα της Φαρμακευτικής Αγωγής και της Εκθετικής Απόσβεσης

Περικλής Γεωργιάδης

Πειραματικό Γενικό Λύκειο Ηρακλείου, perge@sch.gr

Περίληψη

Περιγράφουμε μία διεπιστημονική διδακτική παρέμβαση που αφορά το μάθημα της ΑΕΠΠ για μαθητές Θετικού Προσανατολισμού, που διδάσκονται πρώτη φορά προγραμματισμό, χωρίς όμως να εξετάζονται πανελληνίως σε αυτόν. Η πρόκληση συνεπώς ήταν, δίπλα στους στόχους του Προγράμματος Σπουδών, και ενάντια στη μονομέρεια της προετοιμασίας για τις Πανελλαδικές εξετάσεις, να κεντρίσει το γνήσιο ενδιαφέρον και να συνδράμει στη γενικότερη προετοιμασία των υποψηφίων αυτών για τις πανελλαδικές εξετάσεις. Στο παράδειγμα της αγωγής με την περιοδική λήψη ποσότητας φαρμάκου, τίθενται ερωτήματα που αντιμετωπίζονται με επαναληπτικές δομές στη ΓΛΩΣΣΑ. Παράλληλα ο μαθητής ανακαλεί και ανακαλύπτει εκ νέου γνωστικό υλικό για την εκθετική απόσβεση, τα πολυώνυμα και το όριο. Η παρέμβαση είναι ιδιαίτερα επεκτάσιμη ως προς τα ερωτήματα, το ακροατήριο, τη γλώσσα προγραμματισμού και άλλα εργαλεία, τη διεπιστημονικότητα και το πεδίο εφαρμογής. Εφαρμόστηκε με θετικά αποτελέσματα το 2016 σε δύο τμήματα Θετικού Προσανατολισμού.

Λέξεις κλειδιά: λύκειο, υπολογιστική, μοντελοποίηση, επανάληψη, αναδρομή, όριο, εκθετική απόσβεση, διεπιστημονικότητα

1. Εισαγωγή

Τη σχολική χρονιά 2015-2016, για πρώτη φορά τελειόφοιτοι μαθητές Γενικού Λυκείου, υποψήφιοι στις επερχόμενες Πανελλαδικές Εξετάσεις για τμήματα του Πεδίου Επιστημών Υγείας και Ζωής ή/και του Πεδίου Θετικών και Τεχνολογικών Επιστημών -αλλά όχι απαραίτητα Πληροφορικής- διδάχτηκαν το μάθημα της Ανάπτυξης Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον (ΑΕΠΠ) ως μάθημα προσανατολισμού μεν, μη εξεταζόμενο, ωστόσο, στις Πανελλαδικές Εξετάσεις. Αυτή η αντίφαση έφερε το διδάσκοντα αντιμέτωπο με την ανάγκη να κεντρίσει το γνήσιο ενδιαφέρον των μαθητών της εν λόγω ομάδας, για την Υπολογιστική (αποδίδουμε έτσι στο άρθρο τον γενικότερο όρο *computing*) και τον Προγραμματισμό, χωρίς την προοπτική της πανελλαδικής εξέτασης, το ίδιο διάστημα μάλιστα που οι μαθητές και το περιβάλλον τους επικεντρώνονταν στη μονομέρεια των πανελλαδικώς εξεταζόμενων μαθημάτων τους.

Για την κατηγορία αυτή των μαθητών, που αποτέλεσε πανελληνίως το 35,8% της Γ΄ Τάξης (ΥΠΠΕΘ, 2016), χρειάστηκε έτσι να αναζητηθεί και να δημιουργηθεί υλικό που να μπορεί να εκπληρώσει έναν τριπλό σκοπό:

- να συμβάλει στην επίτευξη των στόχων του Προγράμματος Σπουδών του μαθήματος
- να κεντρίσει το ενδιαφέρον των μαθητών για την Επιστήμη των Υπολογιστών, τόσο αυτόνομα όσο και εφαρμοσμένα
- να συνδράμει στη γενικότερη προετοιμασία των μαθητών για τις πανελλαδικές εξετάσεις.

2. Υπολογιστική και Πληροφορική στο Γενικό Λύκειο

Η πρόκληση που περιγράψαμε παραπάνω, σε συνδυασμό με την κατά ένα χρόνο προηγηθείσα εισαγωγή ενός μαθήματος Πληροφορικής Γενικής Παιδείας στη Β΄ Τάξη του Γενικού Λυκείου αποτελούν την αφορμή για ένα γενικότερο αναστοχασμό σχετικά με τη διδασκαλία μαθημάτων Πληροφορικής στο Γενικό Λύκειο, επικεντρώνοντας ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που δεν αποτελούν ρητή επιλογή του μαθητή, όπως συνέβαινε παλαιότερα με μαθήματα επιλογής των τριών τάξεων, ή τώρα πλέον μόνο της Α΄ Τάξης. Η αναμόρφωση του Προγράμματος Σπουδών θεωρεί απαραίτητο ένα μάθημα Πληροφορικής -έστω και με διδασκαλία μίας ώρας την εβδομάδα- για όλους του μαθητές της Β΄ Τάξης, την δε Υπολογιστική και τον Προγραμματισμό για όλους τους τελειόφοιτους μαθητές, πλην αυτών που κατευθύνονται προς τις Ανθρωπιστικές Σπουδές.

Ο αναστοχασμός πρέπει να ξεκινά από την απάντηση στο ερώτημα: *γιατί πρέπει σήμερα να διδάσκονται Υπολογιστική και Πληροφορική οι μαθητές του Γενικού Λυκείου;*

Η απάντηση είναι για τους ίδιους ακριβώς λόγους για τους οποίους διδάσκονται και τα υπόλοιπα μαθήματα ανθρωπιστικών, κοινωνικών, θετικών, τεχνολογικών επιστημών και πολιτισμού· με διπλό, δηλαδή, στόχο ο μαθητής και αυριανός πολίτης να αντιλαμβάνεται και να κατανοεί ορθολογικά:

- αφενός τις γενικές αρχές και τα φαινόμενα μιας σειράς από συστήματα στα οποία ήδη μετέχει ή θα κληθεί γι' αυτά στο μέλλον: του φυσικού κόσμου, του τεχνολογικού κόσμου, του κόσμου των ιδεών, της Τέχνης, του πολιτισμού, της κοινωνίας, της πατρίδας, της Ευρώπης, του πλανήτη·
- αφετέρου την εξέλιξη και τα προϊόντα που παράγει αντίστοιχα στην πορεία της η ανθρωπότητα, καθώς επιχειρεί να απαντήσει στα θεμελιώδη ερωτήματα της ύπαρξης του ανθρώπου και του σύμπαντος, αλλά και να εξασφαλίσει το μέλλον το δικό της και του πλανήτη.

Ο κόσμος των Υπολογιστών και της Πληροφορίας εξελίσσεται με ταχύτατους ρυθμούς και αποτελεί ήδη το υπόβαθρο του συνόλου σχεδόν των ανθρωπίνων δραστηρι-

οτήτων. Κρίθηκε έτσι εξαιρετικά χρήσιμο και κρίσιμο να συμπεριληφθεί στα διδακτικά αντικείμενα των σύγχρονων εκπαιδευτικών συστημάτων.

Στο παραπάνω πλαίσιο, το εκπαιδευτικό μας σύστημα αξιοποιεί τη σπειροειδή διάταξη (Brunel, 2009), ξεκινώντας από τη βασική εκπαίδευση κυρίως με την οριζόντια και εφαρμοσμένη χρήση της Πληροφορικής, στοχεύοντας σταδιακά στην κατάκτηση βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων στις Τεχνολογίες της Επικοινωνίας και της Πληροφορίας, και προσεγγίζει στο Γενικό Λύκειο τους προαναφερθέντες στόχους, έτσι ώστε ο θαυμαστός αυτός νέος κόσμος να έχει καταστεί με την αποφοίτηση του μαθητή, κατά το πλείστον εξορθολογισμένος, προσβάσιμος και αξιοποιήσιμος.

Ειδικότερα στη διδασκαλία της Υπολογιστικής και της Πληροφορικής στο πλαίσιο του Γενικού Λυκείου μπορούμε να υιοθετήσουμε τις επτά μεγάλες ιδέες της Επιστήμης Υπολογιστών (College Board, 2016): τη δημιουργικότητα, την αφαίρεση, τα Δεδομένα και την Πληροφορία, τους Αλγόριθμους, τον Προγραμματισμό, το Διαδίκτυο και τον καθολικό αντίκτυπο. Πιο συγκεκριμένα:

1. Ο υπολογισμός (computing) είναι μια δημιουργική ανθρώπινη δραστηριότητα που προκαλεί την καινοτομία και προωθεί την εξερεύνηση.
2. Η αφαίρεση (abstraction) αποκρύπτει πληροφορία και λεπτομέρειες, ώστε να επικεντρωθεί σε έννοιες σχετικές με την κατανόηση και την επίλυση των προβλημάτων.
3. Τα δεδομένα οδηγούν σε πληροφορίες που βοηθούν στη δημιουργία γνώσης, που με τη σειρά της είναι απαραίτητη στη λήψη αποφάσεων.
4. Οι αλγόριθμοι είναι εργαλεία για την ανάπτυξη και την έκφραση λύσεων σε υπολογιστικά προβλήματα.
5. Ο προγραμματισμός είναι μια δημιουργική διαδικασία που παράγει υπολογιστικά αντικείμενα.
6. Ψηφιακές συσκευές, συστήματα, και δίκτυα που διασυνδέονται επιτρέπουν και ενθαρρύνουν υπολογιστικές προσεγγίσεις για την επίλυση των προβλημάτων.
7. Ο υπολογισμός (computing) επιτρέπει την καινοτομία σε άλλους τομείς όπως οι θετικές, οι κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες, οι τέχνες, η ιατρική και η μηχανική.

Στο πλαίσιο αυτό ο μαθητής αναμένεται να αναπτύξει και να ασκηθεί στις βασικές πρακτικές της υπολογιστικής σκέψης (Wing, 2006): την υπολογιστική διασύνδεση και σύνθεση, τη δημιουργία υπολογιστικών αντικειμένων, την αφαίρεση, την ανάλυση προβλημάτων και αντικειμένων, την επικοινωνία και τη συνεργασία (Seehorn κ.α., 2011).

3. Διδακτική παρέμβαση: απορρόφηση φαρμάκου

Η Πληροφορική, και ειδικότερα η Αλγοριθμική και ο Προγραμματισμός, ίσως περισσότερο από άλλα διδακτικά αντικείμενα, προσφέρεται για την εφαρμοσμένη διδασκαλία εννοιών και θεμάτων, τόσο του γνωστικού πεδίου της ίδιας (κατακόρυφη ανάπτυξη στο σχολικό Πρόγραμμα Σπουδών), όσο και άλλων γνωστικών πεδίων - μαθημάτων (οριζόντια ανάπτυξη). Από αυτή τη σκοπιά, ο διδάσκων βρίσκεται σε προνομιά θέση, ώστε να αναπτύξει μια σειρά από σύγχρονες διδακτικές προσεγγίσεις που πηγάζουν από ή εφάπτονται με την κοινωνική εποικοδομητική θεωρία (Vygotsky, 1997) και τη θεωρία επεξεργασίας της πληροφορίας (Schunk, 2011): την ομαδοσυνεργατική προσέγγιση, τη βιωματική μάθηση, την ανακαλυπτική μάθηση, τη διεπιστημονική προσέγγιση, τη βασισμένη σε ερωτήματα μάθηση και τη *βασισμένη σε προβλήματα μάθηση, σε ρεαλιστικές και ενδιαφέρουσες εφαρμογές, περιορίζοντας σε μεγάλο βαθμό τις συμπεριφοριστικές διδακτικές στρατηγικές.*

Και στη χώρα μας (Κόμης, 2005), αλλά και διεθνώς (NCTM, 2000), τονίζεται ο παιδαγωγικός και ο εφαρμόσιμος χαρακτήρας των θετικών επιστημών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση (Stephenson κ.α., 2005), και ότι στόχος των Προγραμμάτων [Σπουδών] για όλους τους μαθητές πρέπει να είναι η απόκτηση γενικής [...] παιδείας με έμφαση σε καθημερινές εφαρμογές (ΣΕΜΦΕ, 2015). Ωστόσο, η σχολική πραγματικότητα στις τελευταίες τάξεις του λυκείου με τον αγώνα δρόμου της κάλυψης της ύλης και της προετοιμασίας για τις πανελλαδικές εξετάσεις περιορίζουν κατά κανόνα τις δυνατότητες για αυτό. Το ίδιο, όμως, το αντικείμενο της ΑΕΠΠ, και οι συνθήκες διδασκαλίας του -σε μαθητές Θετικού Προσανατολισμού με ενδοσχολική τελική εξέταση- επιτρέπουν τη διεπιστημονική του αξιοποίηση προς την κατεύθυνση αυτή (Seehorn κ.α., 2011).

Με βάση τα παραπάνω, περιγράφουμε μια διδακτική παρέμβαση διάρκειας 2 έως 4 ωρών για ένα πρόβλημα και μια σειρά από ερωτήματα και επεκτάσεις, που αποτελούν το πλαίσιο για την εξάσκηση των μαθητών στις τρεις επαναληπτικές δομές (με γνωστό πλήθος επαναλήψεων, με συνθήκη εξόδου και με συνθήκη παραμονής). Αξιοποιούμε ένα *εφαρμοσμένο* πρόβλημα που αγγίζει τα Μαθηματικά και τη Βιολογία (NCTM, 2000), σε γνωστικό υλικό που οφείλει να έχει κατακτήσει ο υποψήφιος των πανελλαδικών εξετάσεων.

3.1 Στόχοι της παρέμβασης

Ειδικότερα, σε σχέση με τους στόχους που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή, μετά την εφαρμογή της παρέμβασης, οι μαθητές

- θα έχουν διαπιστώσει έμπρακτα τη χρησιμότητα των επαναληπτικών δομών σε πραγματικά προβλήματα,
- θα έχουν διαπιστώσει τη σημασία των αρχικών τιμών σε μεταβλητές
- θα έχουν διαπιστώσει περιπτώσεις όπου ενδείκνυται η χρήση ενός τύπου επαναληπτικής δομής έναντι των άλλων,

- θα έχουν διαπιστώσει τις δυνατότητες και τους περιορισμούς ενός προγραμματιστικού περιβάλλοντος στην ακρίβεια αριθμητικών τιμών,
- θα έχουν ανακαλύψει εκ νέου από διαφορετική διαδρομή κατακτημένες γνώσεις από τα Μαθηματικά,
- θα έχουν προβληματιστεί σε θέματα Βιολογίας που δεν έχουν διδαχθεί σε βάθος.

Δευτερευόντως η παρέμβαση στοχεύει να κεντρίσει το ενδιαφέρον των μαθητών για την Επιστήμη των Υπολογιστών και τα Μαθηματικά, συμβάλλοντας στο μέτρο που της αναλογεί στον προσανατολισμό των επικείμενων σπουδών τους. Ακόμη οι μαθητές θα διαπιστώσουν ότι στην έρευνα κατά κανόνα συνδυάζουμε περισσότερα από ένα εργαλεία, ενώ θα χρειαστεί να αναπτύξουν συνεργατικότητα, ώστε να ανταποκριθούν στις απαιτήσεις του έργου τους. Στο επίπεδο κατάκτησης τεχνολογίας, τέλος, το διδακτικό σενάριο απαιτεί αξιοποίηση του ΔτΓ, ενώ υπάρχει η δυνατότητα να αξιοποιηθούν σε δεύτερο στάδιο Υπολογιστικά Φύλλα.

3.2 Υποκείμενη θεωρία μάθησης

Καθώς η διδακτική παρέμβαση στηρίζεται στη κοινωνική εποικοδομητική θεωρία, οι μαθητές είναι χωρισμένοι σε ομάδες των 3-4 ατόμων. Η διδασκαλία των επαναληπτικών δομών έχει προηγηθεί, και η διδακτική παρέμβαση έχει το ρόλο εξάσκησης και εμβάθυνσης σε αυτές. Αφού παρουσιαστεί από το διδάσκοντα το γενικό πλαίσιο του προβλήματος και διαπιστωθεί το ευρύτερο αντιληπτικό και γνωστικό επίπεδο των μαθητών για το θέμα, τα ερωτήματα ξεδιπλώνονται ένα-ένα και προσεγγίζονται μέσα στις ομάδες, και στη συνέχεια στην ολομέλεια, με παράλληλη αναφορά, όπου είναι αναγκαίο, σε γνωστικό υλικό κυρίως από την Άλγεβρα και δευτερευόντως, ως νύξεις, τη Βιολογία. Στην πορεία οι μαθητές ανακαλύπτουν αρχές και αναπτύσσουν δεξιότητες μέσω του πειραματισμού και της πρακτικής. Αλληλεπιδρούν με το προγραμματιστικό περιβάλλον, και ανακαλούν πρόσφατη και παλαιότερη γνώση, που καλούνται τώρα να εφαρμόσουν στο πλαίσιο ενός πραγματικού προβλήματος. Η τελική γνώση θα χτιστεί μέσα από την ανίχνευση, τη διερεύνηση και την αλληλεπίδραση αυτή.

Ο ρόλος του διδάσκοντα είναι κατά μείζονα λόγο καθοδηγητικός και εμπνευστικός, και επικουρικός στις ομάδες, εξωτερικά μη παρεμβατικός, με οργανωμένη, ωστόσο, τη ροή της παρέμβασης, σε συγκεκριμένα βήματα. Μερικώς συμπεριφοριστικές διδακτικές στρατηγικές είναι αναγκαίες στη διεπιστημονική προσέγγιση του πλαισίου του προβλήματος και στην παρουσίαση παλαιότερου και νέου γνωστικού υλικού.

3.3 Το πλαίσιο του προβλήματος και οι δραστηριότητες

Η αρχική διατύπωση του προβλήματος, εισαγωγή σε αντίστοιχο φύλλο εργασίας, έχει ως εξής:

Ένας μαθητής έπαθε βαρύ διάστρεμμα σε αγώνα μπάσκετ. Του συνταγογραφήθηκε αντιφλεγμονώδες φάρμακο. Πρέπει να παίρνει 2 χάπια των 220 mg κάθε 8 ώρες επί 10 ημέρες. Τα νεφρά του αποβάλλουν το 60% του φαρμάκου κάθε 8 ώρες.

Ο τελειόφοιτος μαθητής Λυκείου, ανεξαρτήτως προσανατολισμού, έχει συναντήσει την έννοια των φαρμάκων στο 1ο κεφάλαιο (*Άνθρωπος και Υγεία*) του μαθήματος της Βιολογίας Γενικής Παιδείας Γ' Τάξης (Ψηφιακό Σχολείο, 2016), χωρίς ευκαιρία για εμβάθυνση ή αναφορές στον τρόπο δράσης τους, τον καθορισμό της αγωγής, της δοσολογίας, κ.ο.κ. Το φαινόμενο της χρήσης από το μαθητή εννοιών και λεξιλογίου, χωρίς στην πραγματικότητα να τα κατανοεί ανήκει στο γενικότερο γλωσσικό πρόβλημα στη διδασκαλία θετικών επιστημών, το οποίο αποτελεί συχνά ένα παραγνωρισμένο εμπόδιο (Childs, 2016). Τώρα, ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να προβληματιστεί σχετικά, με βάση το πρόβλημα που θα αντιμετωπίσει. Με τη μέθοδο των ερωταποκρίσεων και του καταγισμού ιδεών, και βάσει της εκφώνησης, μπορεί να προβληματιστεί για το *τι* σημαίνει θεραπευτικό αποτέλεσμα, ή παρενέργεια, *γιατί* η χορήγηση της φαρμακευτικής ουσίας είναι *περιοδική* και *όχι άπαξ*, *τι κριτήρια* μπορεί να καθορίζουν τη *δοσολογία*, τη *συχνότητα* και τη *διάρκεια*. *Άραγε* με τους αριθμούς της εκφώνησης η φαρμακευτική ουσία στον οργανισμό του ασθενή αυξάνεται συνεχώς; Μετά την ολοκλήρωση της αγωγής, *μηδενίζεται*;

Οι μαθητές καλούνται να χρησιμοποιήσουν δομές επανάληψης στη ΓΛΩΣΣΑ (Βακάλη κ.α., 2015), με εργαλείο τον Διερμηνευτή της Γλώσσας - ΔτΓ (Γεωργόπουλος, 2001), εφαρμόζοντας έμπρακτα, αλλά χωρίς να τεθεί ρητά ακόμη, γνώσεις που απέκτησαν στην Άλγεβρα της Β' Τάξης για την εκθετική συνάρτηση και το νόμο της εκθετικής μεταβολής, απόσβεσης εν προκειμένω, καθώς και για το όριο αθροίσματος γεωμετρικής προόδου ή συνάρτησης.

Η υλοποίηση μπορεί να γίνει τόσο στο Εργαστήριο Πληροφορικής, όσο και σε μια σχολική αίθουσα που διαθέτει υπολογιστή και βιντεοπροβολέα (η διαδραστικότητα κατάλληλου πίνακα εδώ δεν φαίνεται να έχει παιδαγωγική αξία), με πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα και για τις δύο επιλογές. Λεπτομέρειες για τη διαμόρφωση του εργαστηρίου και το χρησιμοποιούμενο λογισμικό αναφέρονται σε προγενέστερο άρθρο (Γεωργιάδης, 2014). Στην αίθουσα τα ερωτήματα δουλεύονται στο χαρτί και εν συνεχεία μαθητές παρουσιάζουν μέσω του υπολογιστή της τάξης το έργο τους, καθώς η συντομία του απαιτούμενου κώδικα το επιτρέπει.

Ακολουθεί η σειρά ερωτημάτων που θα απασχολήσουν τις ομάδες αλγοριθμικά και προγραμματιστικά. Εμμέσως, τα ερωτήματα αυτά υποδεικνύουν απαντήσεις για την προηγούμενη συζήτηση.

1) *Πόσο φάρμακο υπάρχει στον οργανισμό του μαθητή μετά τις 10 ημέρες της αγωγής;*

2) *Μετά από πόσες δόσεις φαρμάκου η παραμένουσα ποσότητα του φαρμάκου στον οργανισμό του μαθητή θα έχει σταθεροποιηθεί;*

3) Για πόσα ακόμη οκτάωρα η παραμένουσα ποσότητα στον οργανισμό του μαθητή θα είναι σταθερή;

4) Πόσα οκτάωρα μετά την ολοκλήρωση της αγωγής το φάρμακο θα έχει αποβληθεί από τον οργανισμό του μαθητή;

```

φ ← 440
!ΓΡΑΨΕ "Δόση: 1 Παραμένον: 440 mg"
ΓΙΑ τ ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 29
    φ ← 0.4*φ + 440
    !ΓΡΑΨΕ "Δόση: ", τ + 1, " "
    !ΓΡΑΨΕ "Παραμένον: ", φ, " mg"
ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΓΡΑΨΕ "1. Παραμένον: ", φ, " mg"
    
```

Εικόνα 1. Ερώτημα 1

Στο ερώτημα 1 ενδείκνυται η χρήση εντολής ΓΙΑ, που θα εκτελέσει 30 επαναλήψεις. Οι μαθητές επιλέγουν κατά κανόνα τιμές 1 έως 30 για τον μετρητή τ και αρχική τιμή 0 για τη μεταβλητή φ. Εξηγούμε, όμως, ότι *ισοδύναμα* προτιμούμε τιμές 0 έως 29 για το τ, σε αντιστοιχία με τη χρονική στιγμή 0, οπότε θεωρούμε ότι ξεκινά το πρόβλημα που μελετούμε. Επιπλέον θεωρούμε ότι για τ=0 η μεταβλητή φ ξεκινά με τιμή 440 (άρα η πρώτη δόση είναι για τ=0, η δεύτερη για τ=1, κ.ο.κ., οπότε καταλήγουμε στον κώδικα της εικόνας 1. Μετά την επίλυση του ερωτήματος, ο διδάσκων ζητά να εμφανίζονται οι διαδοχικές τιμές του φαρμάκου. Αυτό μπορεί να γίνει και από το περιβάλλον του ΔτΓ, με βηματική εκτέλεση και παρακολούθηση του πίνακα τιμών, ωστόσο προτιμούμε τη χειριστική λύση της εμφάνισης των τιμών μέσα στο βρόχο. Η διαπίστωση της ελάττωσης της τιμής της φ και της σύγκλισής της οδηγεί φυσιολογικά στα επόμενα δύο ερωτήματα, και πριν από αυτά στη μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος.

Με καταιγισμό ιδεών και ερωταποκρίσεις καταστρώνουμε τον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 1. Μοντελοποίηση του προβλήματος (φάση I)

τ	φ	φ
0	440	440
1	440×0,4+440	440×(1+0,4)
2	(440×0,4+440)×0,4+440	440×(1+0,4+0,4×0,4)
3	((440×0,4+440)×0,4+440)×0,4+440	440×(1+0,4+0,4×0,4+0,4×0,4×0,4)
...
v	$440 \times (1 + 0,4 + 0,4^2 + \dots + 0,4^v) = 440 \times (0,4^0 + 0,4^1 + 0,4^2 + \dots + 0,4^v)$	
v	δόση × $(1 + x + x^2 + \dots + x^v)$	

Παρατηρούμε ότι ο τύπος που υπολογίσαμε ισχύει για οποιαδήποτε τιμή της δόσης και όχι ειδικά για 440, όπως και για οποιαδήποτε τιμή του x που εκφράζει το ποσοστό

παραμένοντος φαρμάκου μετά από κάθε δόση. Γνωρίζουμε ότι το άθροισμα $1+x+x^2+\dots+x^{n-1}$ ισούται με $(1-x^n)/(1-x)$. Επειδή έχουμε $0 < x < 1$, καθώς το n μεγαλώνει, ο αριθμητής τείνει στη μονάδα. Έτσι το άθροισμα $1+x+x^2+\dots+x^n$ τείνει στο $1/(1-x)$, καθώς το n μεγαλώνει. Ή, στο παράδειγμά μας, η μεταβλητή φ παίρνει την οριακή τιμή $440/(1-0,4)$, ή $733,33$, σε συμφωνία με τα ευρήματα του ερωτήματος 1. Σημειώνουμε ότι ο $\Delta\tau\Gamma$ πρέπει να ρυθμιστεί ώστε στην έξοδο οι πραγματικές μεταβλητές να έχουν το απαραίτητο πλήθος δεκαδικών ψηφίων.

Η φράση *καθώς το n μεγαλώνει* σε αυστηρά μαθηματικά σημαίνει *καθώς τείνει στο άπειρο*. Στο σημείο αυτό, η εκφώνηση συμπληρώνεται με τις διευκρινίσεις:

(α) Το φάρμακο θεωρείται ότι έχει αποβληθεί από τον οργανισμό του μαθητή όταν η παραμένουσα εντός του ποσότητα δεν ξεπερνά τα $0,01$ mg, ενώ (β) η παραμένουσα ποσότητα του φαρμάκου θεωρείται σταθερή όταν η αύξησή της από τη λήψη του φαρμάκου δεν ξεπερνά πλέον το $0,0001\%$.

Έτσι ορίζουμε *πρακτικά* πότε μηδενίζεται ή παραμένει αμετάβλητη μια τιμή, προσδιορίζουμε δηλαδή έμμεσα πόσο *μεγαλώνει το n* . Εδώ αναδεικνύεται άλλη μια δυσκολία αρκετών μαθητών στην κατανόηση πολύ μικρών ποσοτήτων, ή τη σχέση μεταξύ ποσοτήτων.

```

φ <- 440
τ <- 0
ΑΡΧΗ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  τ <- τ + 1
  πφ <- φ
  φ <- 0.4*φ + 440
  !ΓΡΑΨΕ "Οκτώωρα: ", τ, " "
  !ΓΡΑΨΕ "Μεταβολή: ", (φ - πφ)/πφ*100, "%\n"
ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ (φ - πφ)/πφ < 0.000001
ΓΡΑΨΕ "2. Σταθεροποίηση μετά από ", τ, " θωρα."
ΓΡΑΨΕ "3. Σταθερό για άλλα ", 30 - τ, " θωρα."

```

Εικόνα 2. Ερωτήματα 2 και 3

Οι ομάδες προχωρούν στην αντιμετώπιση του ερωτήματος 2 (το ζητούμενο στο 3 είναι μια αφαίρεση από το 30). Ενδείκνυται η δομή επανάληψης ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ, βάσει της διευκρίνισης (β) παραπάνω. Σημειώνεται ότι η ΟΣΟ, παρότι ισοδύναμη, πρέπει να αντιμετωπίσει την ενδεχόμενη απροσδιοριστία 0/0. Και πάλι, η εμφάνιση των διαδοχικών τιμών της μεταβολής σε κάθε επανάληψη είναι χρήσιμη.

Στο σημείο αυτό, τίθεται στην ολομέλεια το ερώτημα για το τι θα συμβεί *μετά την ολοκλήρωση της αγωγής*. Από οκτώωρο σε οκτώωρο, λείπει πλέον ο προσθετέος 440 και η ποσότητα φ μειώνεται *εκθετικά*. Οι μαθητές με τη βοήθεια του διδάσκοντα ανακαλούν την έννοια της εκθετικής μεταβολής που διδάχθηκαν στο τέλος της ύλης

της Άλγεβρας της Β΄ Τάξης. Λόγω χρονικών περιορισμών, οι σχετικές έννοιες συχνά διδάσκονται επί τροχάδην, καθιστώντας ανέφικτες τις οδηγίες (ΥΠ.Π.Ε.Θ., 2015) για επικέντρωση σε ασκήσεις εφαρμογής και προβλημάτων. Δίνεται μεγαλύτερη βαρύτητα στην εκθετική συνάρτηση και τις ιδιότητές της. Τούτο, παρότι στη Φυσική στη Γ΄ Τάξη η εκθετική μεταβολή βρίσκει εφαρμογές στις Ταλαντώσεις, μηχανικές και ηλεκτρομαγνητικές (Ψηφιακό Σχολείο, 2016).

```
!ΓΡΑΨΕ φ
τ <- 0
ΟΣΟ φ >= 0.01 ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
  τ <- τ + 1
  φ <- 0.4*φ
  !ΓΡΑΨΕ "Οκτώωρο: ", δ, " "
  !ΓΡΑΨΕ "Παραμένον φάρμακο: ", φ, " mg."
ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΓΡΑΨΕ "4. ", τ, " θωρα μετά την αγωγή."
```

Εικόνα 3. Ερώτημα 4

Οι ομάδες καλούνται να αντιμετωπίσουν το τελευταίο ερώτημα, στο οποίο ενδείκνυται η ΟΣΟ. Ισοδύναμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί η ΜΕΧΡΙ_ΟΤΟΥ, μάλιστα κάποιοι μαθητές μπορεί να το θέσουν σε σχέση με την αρχική τιμή του φ (*μήπως υπάρχει περίπτωση καμίας επανάληψης;*), στην οποία χρειάζεται να γίνει ειδική αναφορά. Πρέπει να προηγηθεί ξανά ο κώδικας τους ερωτήματος 1, ή περιττεύει, αφού η μεταβολή του φ μετά τον κώδικα των ερωτημάτων 2-3 είναι κάτω από ένα εκατομμυριοστό της προηγούμενης στα τελευταία 15 οκτώωρα;

Τέλος, μικρή συζήτηση γίνεται για την απουσία εντολών εισόδου στον κώδικα, και την απευθείας ανάθεση τιμών από τον προγραμματιστή. Πρόκειται για συνήθη πρακτική, όταν ο κώδικας αφορά αποκλειστικά αυτόν που τον γράφει. Παραβιάζεται το κριτήριο εισόδου του σχολικού βιβλίου;

4. Συμπεράσματα - Επεκτάσεις

Οι παραπάνω δραστηριότητες αναπτύχθηκαν τον Ιανουάριο 2016 σε δύο τμήματα Θετικού Προσανατολισμού, από ένα συνεχόμενο διδακτικό δίωρο, μετά από το Διαγώνισμα του 1ου Τετραμήνου, στη σχολική αίθουσα με υπολογιστή και βιντεοπρωβλεά, που προτιμήθηκε για πρακτικούς λόγους (μεγαλύτερη επιφάνεια συμβατικού πίνακα). Στον πίνακα 2 στο τμήμα τ1 συμμετείχαν 20 μαθητές σε 6 ομάδες, ενώ στο τ2 21 μαθητές σε 6 ομάδες. Η παρατήρηση και αξιολόγηση έγινε σε επίπεδο ομάδων. Οι στήλες *Προ1*, *Προ2* και *Προ3* δείχνουν αντίστοιχα τη μέση επίδοση στο Διαγώνισμα, πόσες ομάδες ανακάλεσαν επιτυχώς την έννοια της εκθετικής μεταβολής, και σε ποιο, κατά μέσο όρο, βαθμό εμπάθυνσης.

Πίνακας 2. Δείκτες αποτελεσματικότητας

Τμήμα	Προ1	Προ2	Προ3	Συμ	Ορθ	Διαθ	Τεστ2
τ1 (N=6)	16,3 (4,2)	3/6	70%	90%	4/6	12/20	18,0 (2,6)
τ2 (N=6)	16,6 (5,1)	5/6	80%	90%	6/6	14/21	18,5 (3,0)

Στη στήλη *Συμ* βλέπουμε ότι όλες οι ομάδες είχαν υψηλό βαθμό συμμετοχής στις δραστηριότητες (με μέτρια τυπική απόκλιση), με ορθότητα μεγαλύτερη από 85% (*Ορθ*), στις 4 και τις 6 στις 6 ομάδες των δύο τμημάτων. Στην προτελευταία στήλη *Διαθ* καταγράφηκαν οι μαθητές κάθε τμήματος που συμμετείχαν περισσότερο στις διεπιστημονικές επεκτάσεις των δραστηριοτήτων. Στη τελευταία στήλη φαίνονται μέσοι όροι και τυπικές αποκλίσεις στο 20λεπτο τεστ που πραγματοποιήθηκε μία εβδομάδα μετά. Η παράθεση αναλυτικότερων στοιχείων ξεφεύγει από τους σκοπούς της παρουσίασης αυτής, ενώ είναι αρκετοί οι παράγοντες που δεν επιτρέπουν την εξαγωγή ασφαλών συμπερασμάτων. Μπορούμε με σχετική σιγουριά να κρίνουμε τις παρεμβάσεις θετικές, ενώ τα σχόλια των μαθητών υπήρξαν ενθαρρυντικά -αν και αρκετοί που στόχευαν σε Επιστήμες Υγείας, βρήκαν υπερβολικά τα Μαθηματικά!

Η παρέμβαση που παρουσιάσαμε είναι ιδιαίτερα επεκτάσιμη συνολικά: τόσο ως προς τα ερωτήματα, όσο και ως προς το ακροατήριο, τη γλώσσα προγραμματισμού ή άλλα ενδεικνύμενα εργαλεία, αλλά και το γνωστικό πλαίσιο εφαρμογής της. Σε μια γλώσσα όπως η Python μπορεί να γίνει η προφανής διαπραγμάτευση της αναδρομής, η οποία είναι η άλλη όψη των επαναλήψεων. Ορισμένοι μαθητές αναφέρθηκαν στην έννοια αυτή κατά τη μαθηματική προσέγγιση του προβλήματος. Ταλαντώσεις, μηχανικές ή ηλεκτρομαγνητικές, ανατοκισμός ή μελλοντική αξία επενδύσεων, ανταγωνιστική συμβίωση οργανισμών, είναι μερικά μόνο διαφορετικά παραδείγματα εφαρμογής. Επιπλέον ενδιαφέροντα ερωτήματα που μπορούν να τεθούν έχουν σχέση με την παράλειψη μιας δόσης, την τροποποίηση της αρχικής δόσης, την πιθανότητα να μην είναι εφικτό κανένα επίπεδο σταθεροποίησης, κ.ο.κ. Επίσης, επικουρικά ή αυτόνομα, το ίδιο πρόβλημα μπορεί να αναπτυχθεί σε Υπολογιστικά Φύλλα. Αυτό είναι χρήσιμο να τονιστεί στους αυριανούς φοιτητές, μαζί με την αναφορά σε πιο ειδικά εργαλεία, όπως το MATLAB, το Mathematica ή ειδικές βιβλιοθήκες για τη γλώσσα Python.

Αναφορές

Bruner, J. S. (2009). *The process of education*. Harvard University Press.

Childs, P. E. (2016). Overcoming the language barrier in science education. *Conference Proceedings New Perspectives in Science Education Ed. 5*, Φλωρεντία

College Board (2016). AP Computer Science Principles Ανάκτηση από το <https://secure-media.collegeboard.org/digitalServices/pdf/ap/ap-computer-science-principles-course-and-exam-description.pdf>

- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). National Council of Teachers of.
- Schunk, D. H. (2011). *Learning Theories: An Educational Perspective, 6th Ed.* Addison Wesley.
- Seehorn, D., Carey, S., Fuschetto, B., Lee, I., Moix, D., O'Grady-Cunniff, D., Boucher Owens, B., Stephenson, C. & Verno, A. (2011). *CSTA K-12 Computer Science Standards: Revised 2011.*
- Stephenson, C., Gal-Ezer, J., Haberman, B., & Verno, A. (2005). The new educational imperative: Improving high school computer science education. *Computer Science Teachers Association (CSTA), New York, New York.*
- Vygotsky, L.S. (1997). Νους στην κοινωνία: Η ανάπτυξη των ανώτερων ψυχολογικών διαδικασιών. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.
- Wing, J. M. (2006). *Computational thinking.* Communications of the ACM. 49, no 3, 33-35.
- Βακάλη, Α., κ.α. (2015). *Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον, Διδακτικό Πακέτο.* Αθήνα: Έκδοση Ε.Α.Ι.Τ.Υ.
- Γεωργιάδης Π. (2014). Υποπρογράμματα κι επαναληπτικές δομές με αφορμή την Εικασία Κόλατς. *6th Conference on Informatics in Education - Η Πληροφορική στην εκπαίδευση (6th CIE 2014)*, Κέρκυρα.
- Γεωργόπουλος, Α. (2001) *Ο Διερευνητής της ΓΛΩΣΣΑΣ για την «Ανάπτυξη Εφαρμογών σε Προγραμματιστικό Περιβάλλον» (ΑΕΠΠ).* Ανάκτηση από το <http://alkisg.mysch.gr/>
- Γρηγοριάδου, Μ. κ.α. (2009). *Διδακτικές Προσεγγίσεις και Εργαλεία για τη διδασκαλία της Πληροφορικής.* Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.
- Δαγδιλέλης, Β. κ.α. (1998). *Διδακτική, Μέθοδοι και Εφαρμογές.* Αθήνα: Εκδόσεις Μπένου.
- Κόμης, Β. (2005). *Εισαγωγή στη Διδακτική της Πληροφορικής.* Αθήνα: Εκδόσεις Κλειδάριθμος.
- ΣΕΜΦΕ (2015). Εισηγήσεις και Συμπεράσματα *Ημερίδα «Τα Μαθηματικά στη Μέση Εκπαίδευση»* Τομέα Μαθηματικών ΣΕΜΦΕ, ΕΜΠ, Αθήνα. Ανάκτηση από το http://www.semfe.ntua.gr/old-site/SEMFEE-15/MATH_SXOLEIO_2015.pdf
- ΥΠ.Π.Ε.Θ (2015). *Υπουργική Απόφαση με Αριθ.. Πρωτ.159259/Δ2/09-10-2015*
- ΥΠ.Π.Ε.Θ (2016). *Ομάδες Προσανατολισμού και ποσοστό των μαθητών που τις επέλεξαν.* Ανάκτηση από το <https://www.minedu.gov.gr/lykeio-2/mathites-lykeiou/17427-13-01-31>

Ψηφιακό Σχολείο (2016). *Διδακτικά Πακέτα*. <http://dschool.edu.gr/>

Abstract

We describe a multidisciplinary teaching intervention in programming, regarding iteration, to students preparing for university entry exams, typically with a second priority in computing. The challenge therefore is, next to the curriculum goals, and against their nearly exclusive focus on A-levels subjects only, to stimulate their genuine interest, as well as help them in their exams preparation. We exploit the framework of pharmaceutical treatment with assignments requiring iterations in GLOSSA. In parallel, students recall and rediscover knowledge on exponential decay, polynomials and limits. The intervention is highly expandable in terms of activities, audience, programming language and tools invoked, and interdisciplinarity. It was implemented with positive results in 2016 in two classes.

Keywords: computing, upper K12, modeling, iteration, recursion, limit, exponential decay, interdisciplinarity.